



TITLE:

回転水槽実験における「スーパー・ローテーション」現象 (非線形波動現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

三村, 和男

CITATION:

三村, 和男. 回転水槽実験における「スーパー・ローテーション」現象 (非線形波動現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 2017, 2034: 16-22

ISSUE DATE:

2017-07

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/236786>

RIGHT:

回転水槽実験における「スーパー・ローテーション」現象

三村 和男, 東海大学教養学部, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, mimura@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp
Kazuo Mimura, School of Humanity and Culture, Tokai University,
4-1-1, Kitakaname, Hiratsuka city, Kanagawa prefecture, Japan

1. 始めに

北半球規模の惑星ベータ効果を持つ回転水槽実験において、地衡風平衡と静力学平衡の仮定の下では、温度風の関係式は

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\gamma g}{2(1+\gamma T)\Omega} \left(\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{fU}{g} \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\gamma g}{2\Omega} \frac{\partial T}{\partial y},$$

ただし、 U , γ , g , T , Ω , y , z は各々、西風風速、水の熱膨張率、重力加速度、水温、系の回転角速度、極向き座標、鉛直上向き座標となる。すなわち、南北温度勾配が有る程度存在する時、系の回転角速度が極めてゆっくりの場合、西風の鉛直シアが大きくなる。従って、室内実験において、金星のようなスーパー・ローテーションが実現する可能性が有ると考えて、極めてゆっくりと回転する回転水槽実験を行った。

2. 実験装置

回転水槽実験装置の概念図は図1で、実験水槽の底を放物面状に膨らませることで、惑星ベータ効果を持たせている。実験用円筒水槽の周囲を温水槽で囲み、水槽中央に冷却棒を立てることで、傾圧性を持たせている。実験水槽下半分は銅製で、伝熱性を良くし、上半分は透明アクリル製で、透明性と断熱性を持たせている。しかも、温水槽の外側に円形蛍光灯が設置された暗室を設け、特定の高さだけにスリットを開け、薄いシート光で、トレーサーを溶かしこんだ水槽内部を可視化している。実験水槽の半径(a)は140mm、水深は最深部で280mm最浅部で140mmで有る。スリット光を当てる高さは水面下20mm, 70mm, 120mmと変化させる事ができる。温水槽および冷却棒には各々恒温水循環装置で温度制御された水が循環している。そして、系全体の回転はプログラム制御され、任意の角速度で回転させる事ができる。水槽上部から、回転台に取り付けられたカメラで、トレーサーの動きを撮影し、回転台上のPCのHDDに動画データとして記録する。実験水槽側壁付近は地球型惑星大気の赤道にあたり、冷却棒付近は北極にあたる。

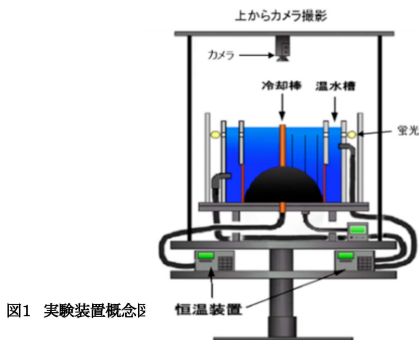


図1 実験装置概念図

3. 回転角速度連続変化実験

2010年度に長時間をかけてゆっくりと回転角速度を連続変化させる実験を行った。この方法のねらいは角加速度的効果を抑えるのではなく、ランダムになりやすい初期条件の影響を出来るだけ小さくして、準静的に幅広いパラメータ領域を調査する事である。

温水槽と冷却棒を設定温度にし、実験水槽にトレーサー水を入れ、回転台の回転角速度を0.2rpmまで加速し、1時間の馴染ませ時間を取り、10時間かけてゆっくりと0.6rpmまで加速し、1時間の馴染ませ時間を取る。その後10時間かけて0.2rpmまで減速し、1時間の馴染ませ時間において、回転台を静止させるという23時間余りに及ぶ実験である(図2参照)。回転角速度の変化が線形でないのは、回転周期で無次元化した時間に対して一定の角加速도를設定したためである。シート光の高さは実験水槽の水面下20mmとした(上層観測実験)。なお、温水槽と冷却棒の温度差が5℃の場合と10℃の場合の実験を行った。

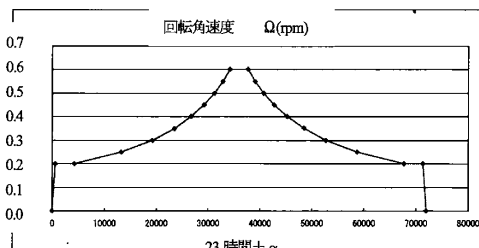


図2 0.2rpm~0.6rpm~0.2rpm連続変化実験

実験後、得られた動画データにPIV処理をし、1秒間隔の速度場時系列データを得て実験水槽の接線方向成分(西風成分)と半径方向内向き成分(南風成分)に変換する。回転角速度が0.2rpmから0.05rpmずつ増加した瞬間の時刻を中心に1日分(回転周期を1日とする)の時間平均をして得られた帯状平均西風(U)の緯度分布が図3である。

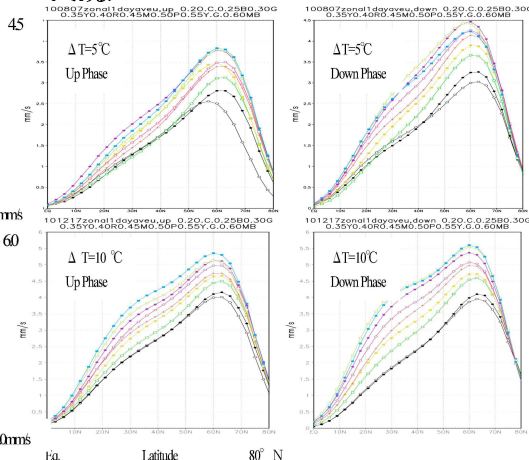


図3 各回転角速度における帯状平均西風(U)の緯度分布

図3の4つのグラフの内、上段のふたつが温度差5℃の実験結果、下段のふたつが温度差10℃の実験結果であり、左半分が加速フェイズの結果、右半分が減速フェイズの結果である。いずれの場合も緯度60°（単純に水槽の半径方向に等分割した）付近に西風のピーク（偏西風ジェット）が見られ、どの緯度帯においても系の回転角速度が大きいほど西風が強い傾向がある事が判る。しかしながら回転角速度が0.2rpmから3倍の0.8rpmに増加しても偏西風ジェットの強さが3倍になるわけではない。加速フェイズと減速フェイズを比べると、減速フェイズの方がやや西風が強い事が判る。これは、狙いとしていた効果ではなく、ランダムではなく制御された履歴性の現れと考えられる。

スーパー・ローテーションの指標(SR_{index})として、偏西風のピーク緯度(Φ)における水槽底の速度($U_{system} = \Omega(90 - \Phi)/90$)に比べて、偏西風ピーク速度(U)の絶対速度($U + U_{system}$)が何倍であるかを示す

$$SR_{index} = \frac{U + U_{system}}{U_{system}}$$

を定義した。加速・減速フェイズにおける、各回転角速度毎の SR_{index} を示したのが図4である。

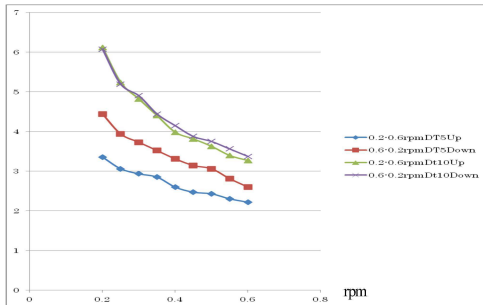


図4 加速・減速フェイズにおける、各回転角速度毎の SR_{index}

いずれの場合も、 SR_{index} は2を超えており、回転角速度が小さいほど SR_{index} は大きい傾向があり、温水槽冷却棒の温度差が10℃の場合には、回転角速度が0.2rpmの時には6を超える大きな値になっている。従ってスーパー・ローテーションと呼ぶ事ができと思われる。

ところが地衡風平衡を仮定した温度風の関係式に形式的に $\Omega = 0.2\text{rpm}$, $\Delta T = 10\text{deg}$, $\Delta z = \Delta y = 0.14\text{m}$, $\gamma = 0.21 \times 10^{-3}$, $g = 9.8\text{m/s}^2$ を形式的に代入すると

$$\Delta U = -\frac{\gamma g \Delta T}{2\Omega \Delta y} \Delta z \approx 0.5\text{m/s} = 500\text{mm/s}$$

となり、とても非現実的な値となる。従って温度風の見直しが必要がある。円筒座標表示の平衡の式

$$\frac{V_\theta V_\theta}{r} + fV_\theta - \frac{\partial P}{\rho \partial r} = 0$$

をzで偏微分して

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial z} = \frac{\gamma \rho_0}{\rho} V_\theta \left(\frac{V_\theta}{r} + 2\Omega \right) \frac{\partial T}{\partial z} + g \frac{\partial T}{\partial r}$$

が得られる。

地衡風平衡と大きく異なる点は分母が 2Ω から $(2V_\theta/r + 2\Omega)$ に置き換わる点である。 SR_{index} が大きくなる時、 2Ω より $2V_\theta/r$ の方が大きくなり、その結果、温度勾配の効果が減じられる事になる。しかしながら、図3からも判るように、 Ω が小さくなる時 V_θ も小さくなる傾向があるので、温度風は増大する傾向となる。

4. 回転角速度固定実験 1

2016年度はスーパー・ローテーションが生じる過程を詳細に観察するため、回転角速度固定実験を行った。実験の再現性を良くするために、実験を始めるにあたって、エアコンで室温を一定に保ち、実験水槽、温水槽、冷却棒の温度を共通にして実験水槽内に温度差を無くした上で、30分かけて目標回転速度まで加速し、目標回転速度で30分間の馴染ませ時間を置き、回転台に対して実験水槽の水が静止したのを確かめた上で、恒温水循環装置を作動させ、目標の温度差を目指して、1時間の実験を行った。なお、回転台の加速開始から全2時間分のトレーサー動画を撮影した。連続変化実験と同様に、動画データをPIV処理で、1秒毎の速度場時系列データを得、円筒座標速度場データに変換し、解析を行った。今回は、観測レベルは中層(水面下7cm)とした。

回転角速度が0.3rpm、温水槽と冷却棒の温度差が5℃の場合に得られた帯状平均西風(U)の時系列が図5である。時刻0から3600秒までは、全緯度帯で弱い東風が続き、時刻3600秒の温調機器作動開始から、まず低緯度帯で西風が生まれ始め、やがて高緯度帯でも西風に転じ、次第に西風のピーク緯度が高緯度側にシフトし、時刻4500秒あたりから西風ジェットの軸が緯度65度あたりで落ち着き、その流速は約5mm/sである。従って、緯度65度における系の回転に伴う速度は約1.22mm/sなので、スーパー・ローテーションの指標は

$$\frac{(1.22 + 5)}{1.22} \approx 5.1$$

より、約5倍である事が判る。

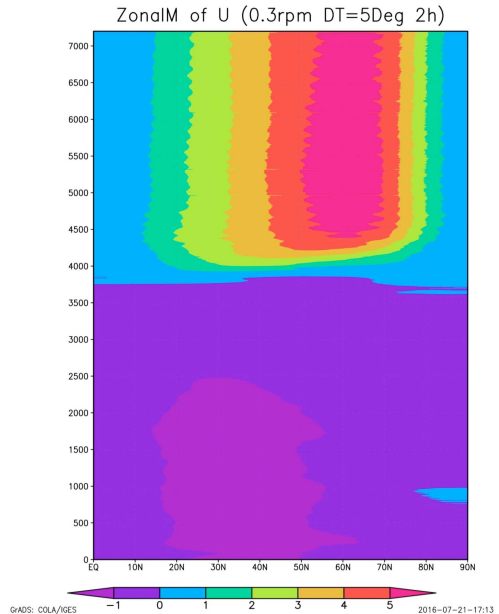
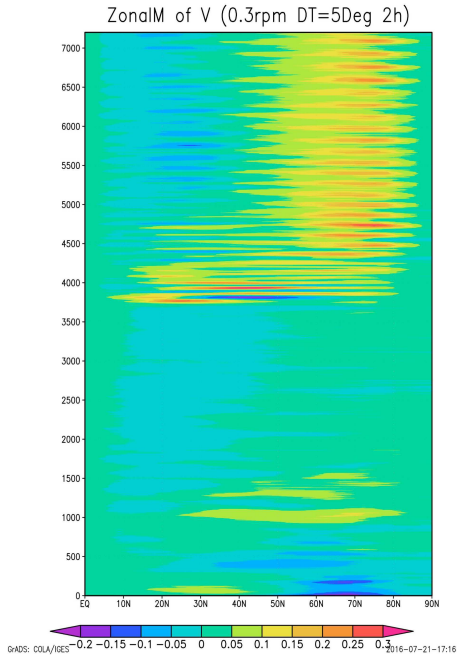


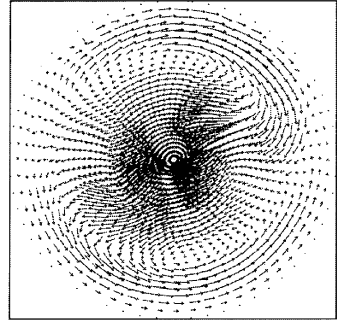
図5 帯状平均南風Vの全時系列

同実験条件での帯状平均南風(V)の時系列が図6である。時刻3600秒までは、無風とは言えないが、時刻3600秒に近づくにつれ、風は収まりつつある。時刻3600秒の温調機器作動の直後から、 $-0.2 \sim -0.3 \text{ mm/s}$ 程度の南北成分が見られ、時刻5000秒以降、高緯度側では南風成分、低緯度側では弱い北風成分が見られるが、それらは周期約150秒の脈動が見られる。



帯状平均からの偏差データ(u,v)を作り、 ± 20 秒の移動平均をかけ、LowPassフィルターを通したデータを得た。図7a,b,c,d,e,fは、速度場の計測開始から、各々24,1000,3600,4000,5000,6000秒後の偏差場の速度分布(mm/s)図である。

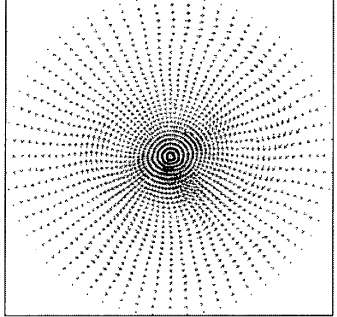
LowPass20 UV 0.3rpm t1000 DT=5 2hStop



DATE: COLA/ICES 1 2016-07-23-14:10

図7b 回転開始から1000秒後の速度偏差場のスナップショット

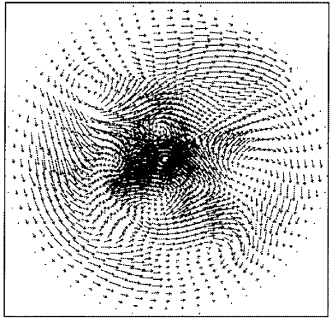
LowPass20 UV 0.3rpm t3600 DT=5 2h



DATE: COLA/ICES 1 2016-07-23-14:08

図7c 回転開始から3600秒後の速度偏差場のスナップショット

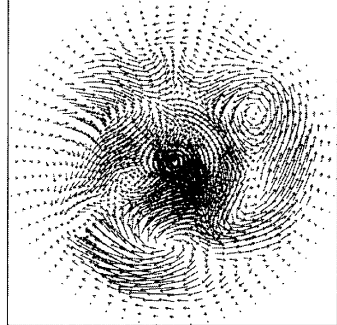
LowPass20 UV 0.3rpm t24 DT=5 2hStop



DATE: COLA/ICES 1 2016-07-23-14:18

図7a 回転開始から24秒後の速度偏差場のスナップショット

LowPass20 UV 0.3rpm t4000 DT=5 2hStop



DATE: COLA/ICES 1 2016-07-23-14:1

図7d 回転開始から 4000 秒後の速度偏差場のスナップショット

ット

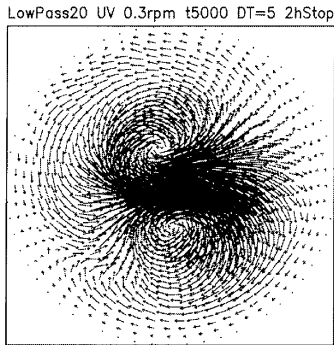


図7e 回転開始から 5000 秒後の速度偏差場のスナップショット

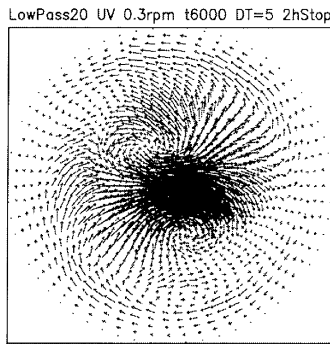


図7f 回転開始から 6000 秒後の速度偏差場のスナップショット

初期と回転台の加速時に、若干の乱れが有るものの、馴染ませ時間の後には、回転台に対して、ほぼ静止状態が実現している事が判る(3600 秒後)。温調機器で温度差を付け始めると、再び乱れが生じるが、5000 秒後には、東西波数1型の北極を通過する双極子型のパターンとなる。その後、このパターンはやや変形しながら反時計回り(東向き)に移動し、6000 秒後の図は、等位相線が逆S字型になった瞬間である。

偏差場の時間変動を見るために、西風ジェットの最も強い緯度 65 度に固定して、ホフメー図(経度・時間断面図)を作製したのが図 8 である。u, v 共に、温度差を付け始めるまでは、弱い西進シグナルが認められるが、西風ジェットが落ち着き始めた 4500 秒後あたりから、u 場では振幅が約 0.6mm/s の東進シグナルが、v 場では振幅が約 1.5 mm/s の東進シグナルが認められる。緯度 65 度の緯度円の長さが約 244 mm で、周期が約 150 秒なので、その位相速度(C)は約 1.63mm/s である。しかしながら西風ジェットの速さはピークでは 5mm/s、緯度方向に平均しても 2~3 mm/s はあるので、C-U は負となり、平均流に対しては西進している事になる。従って、この東進シグナルはロスビー波であると思われる。

また、約 4500 秒以降には、停滞成分も認められるので、時刻 5000 秒から 7000 秒までの偏差場の時間平均図を造ると図 9 となる。東進

シグナルと同様の北極を横切るきれいな双極子型速度分布である事が判る。

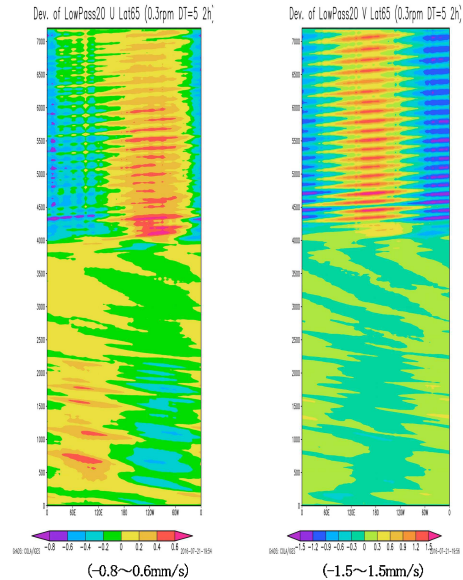


図 8 緯度 65° におけるホフメー図(左は u, 右は v)

Stationary Pattern of u, v 5000<t<7000 0.3rpm DT=5 2h

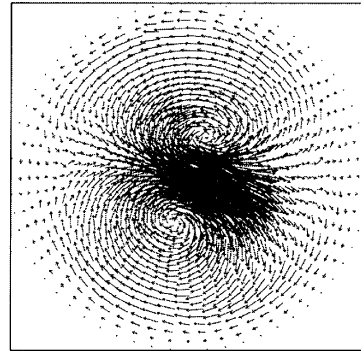


図9 スーパー・ローテーション時の停滞成分の速度分布図

続いて、このようなスーパー・ローテーションが造られるメカニズムを調べる事にする。帯状平均流加速と波動場の関係式は、円筒座標表示で

$$\frac{\partial U}{\partial t} = V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{UV}{r} + fV + \frac{\partial r(\overline{uv})}{r \partial r} + \frac{(\overline{uv})}{r}$$

となる。ここで U, u は水槽の接点方向速度(西風)であり、大文字は帯状平均成分、小文字は偏差成分である。同様に、V, v は水槽の半径方向速度であるが、水槽の中心向きを正と定義しており(南風)、大文字は帯状平均成分、小文字は偏差成分である。左辺が西風加

速度項, 右辺第1項と第2項をあわせて移流等項とし, 第3項がコリオリ力, 第4項と第5項をあわせて波動項と呼ぶ事にする。ただし, 鉛直速度に関する項はすべて省略してある、なぜなら今回の実験では観測できないからである。得られた帯状平均場と偏差場のデータから, 西風急成長期から安定期に入るまでの時刻3600秒から4600秒の間にわたって, 各項の緯度時間断面図を作製した(図10a,b,c,d参照)。

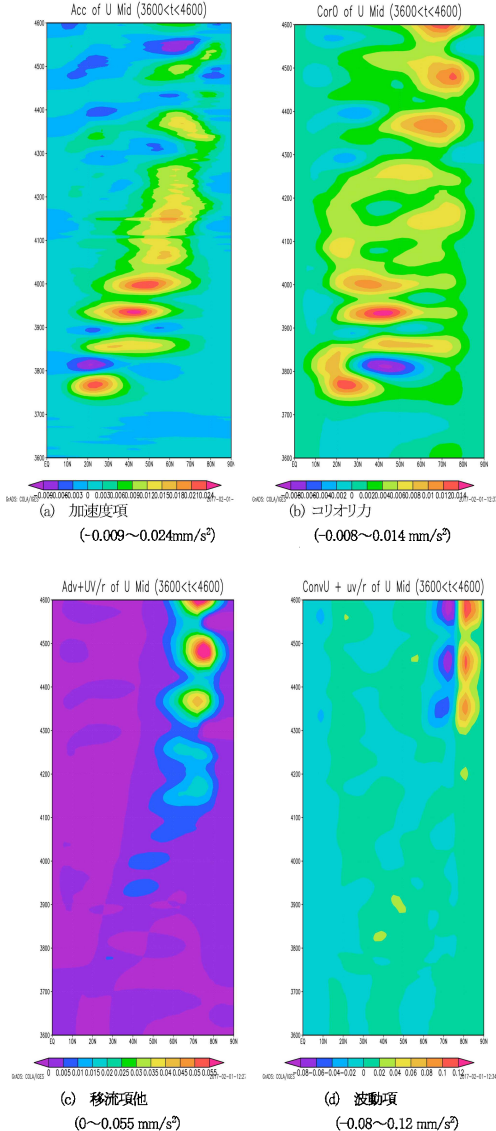


図10 波動-平均流相互作用(中層観察実験)

これらの各項の内, 3600秒から4100秒あたりまでの間, 加速度項とコリオリ力の項はパターンが良く似ているがコリオリ力の値の最大値が加速度項のその約半分しかなく不十分である。一方, 移流項や

波動項は加速度項と比べるとパターンが全く異なる。4100秒から4600秒あたりになって、高緯度帯でその値が変動幅が大きくなる特徴があるので, 図5や図6に見られる偏西風ジェットが, 安定期に入ってから, 周期約150秒の脈動に関連していると思われる。

では, 帯状平均西風の急成長期に, 移流項はどのような貢献をしているかを調べるため, 時間を3600秒から4100秒の間に限定して, 再び波動-平均流相互作用を調査した。図11の(a)は移流等項とコリオリ力を合わせた量の, 図11(b)は波動項の緯度時間断面図である。

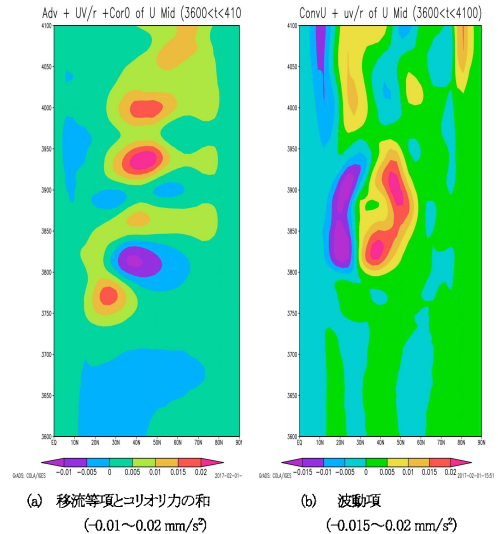


図11 西風急成長期の波動-平均流相互作用(中層観察実験)

図11(a)は, 図10(a)の加速度項の3600秒から4100秒までのパターンと比べると, コリオリ力だけの場合よりもさらに似て来て, その最大値も, 加速度項の0.024に対して, コリオリ力との和は0.02となり, 大ききまでほぼ同じ値になった。波動項のパターンは対応する加速度項と全く似ていない事が判る。

以上の事から, スーパー・ローテーションを造り出すメカニズムは, 温水部と冷却棒の間に着けられた温度差により励起された子午面循環に働くコリオリ力と移流効果である可能性が高い。

また, 西風ジェットの安定期の維持メカニズムについては謎のままである。おそらく今回は無視した鉛直流に関連する項が大きな役割を果たしていると考えられる。その理由は, 今回の波動-返流相互作用の式の右辺を全部足し合わせると, 左辺の項と全くパターンが一致しないし最大値の値も全く異なるからである。

5. 回転角速度固定実験2(上層観測実験)

次に, スリット光を水面下20mmに当てた上層観測実験を行った。その他の条件は中層観測実験と同様である。

図12が, 帯状平均西風(U)および帯状平均南風(V)を±20秒の移動平均したものである。図5, 6同様, スーパー・ローテーションが見られるが, 安定期後半の6000秒以降, 緯度60°付近で最大風速が約6mm/sと中層実験よりもやや速い事が判る。また, 帯状平均Vも中層実験よりもやや強くなっている。

西風ジェットの最も強い緯度60°に固定して, ホフメー図(経度・時間断面図)を作製したのが図13である。中層実験と同様に, u, v共に, 西風ジェットが落ち着き始めた4500秒あたりから, u場では振

幅が約1.5mm/sの東進シグナルが、 v 場では振幅が約2.0mm/sの東進シグナルが認められる。中層観測実験よりも、東進シグナルの振幅はやや大きい事が判る。緯度 60° の緯度円の長さが約293mmで、周期が約150秒なので、その位相速度(C)は約1.95mm/sである。しかしながら西風ジェットの速さはピークでは6mm/s、緯度方向に平均しても2~3mm/sはあるので、平均流に対しては西進している事になる。従って、この東進シグナルは中層観測実験と同様ロスビー波であると思われる。

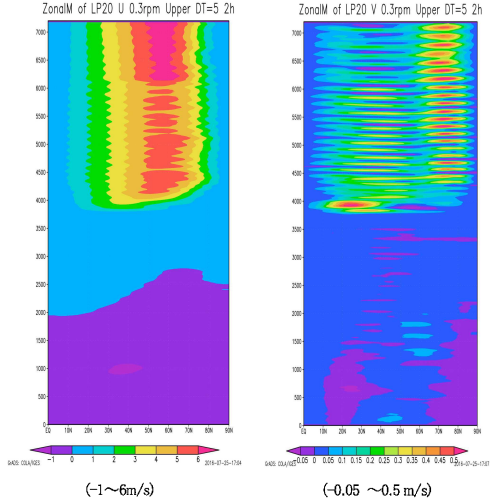


図12 上層実験における帯状平均場 u の全時系列(左は u , 右は v)

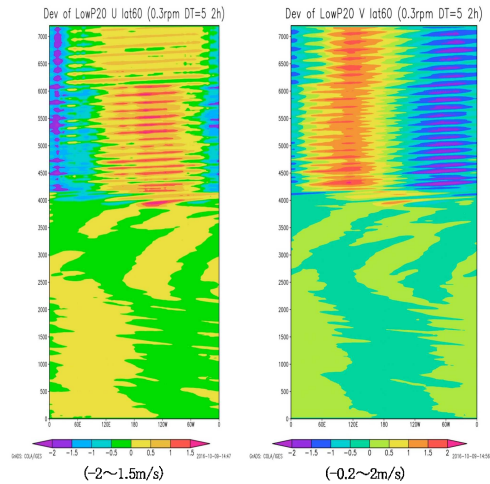


図13 緯度 60° におけるホフメー図(左は u , 右は v)

また、中層観測実験と同様に、得られた帯状平均場と偏差場のデータから、平均流加速が著しい時刻3600秒から4600秒の間にかけて、波動-平均流相互作用の各項の緯度時間断面図を作製した

(図14a,b,c,d参照)。

中層観測実験と同様に、3600秒から4100秒あたりまでの間、加速度項とコリオリ力の項はパターンが良く似ているが移流項や波動項は加速度項と比べるとパターンが全く異なる。

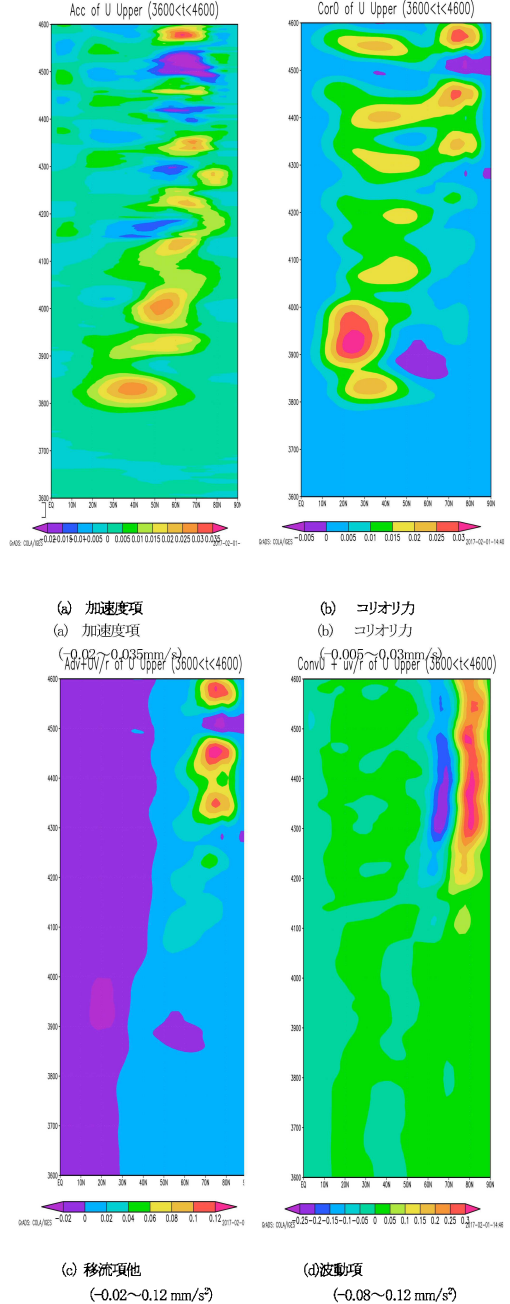


図 14 波動-平均流相互作用(上層観察実験)

では、帯状平均西風の急成長期に、移流項はどのような貢献をしているかを調べるため、時間を 3600 秒から 4100 秒の間に限定して、再び波動-平均流相互作用を調査した。図 11 の(a)は移流等項とコリオリ力を合わせた量の、図 11(b)は波動項の緯度時間断面図である

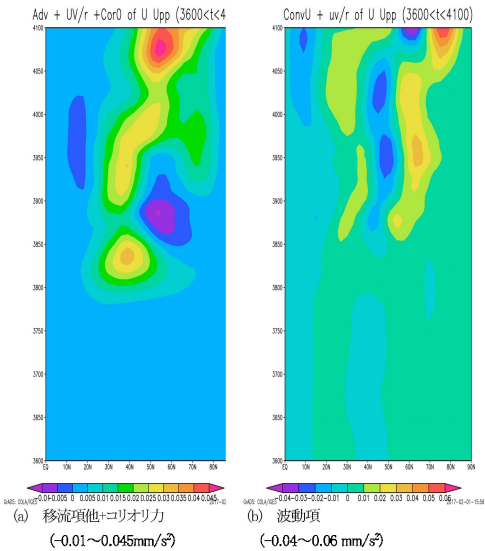


図 15 波動-平均流相互作用(上層観察実験)

図 11(a) は、図 10(a) の加速度項の 3600 秒から 4100 秒までのパターンと比べると、コリオリ力だけの場合よりもさらに似て来て、波動項のパターンは対応する加速度項と全く似ていない事が判る。

以上の事から、スーパー・ローテーションを造り出すメカニズムは、上層においても中層と同様に温水部と冷却棒の間に着けられた温度差により励起された子午面循環に働くコリオリ力と移流効果である可能性が高い。

6. 最後に

今回報告した実験結果は、数々の実験の内、馴染ませ時間の最後には、回転系においてほぼ静止した状態が実現し、その状態から温水槽と冷却棒の温度差を付けた実験結果を報告した。

しかしながら、馴染ませ時間の最後に本当にほぼ静止状態にすることは困難で、多少の渦運動が残ってしまう事が多かった。それらの場合、帯状平均Uが急加速される途中のプロセスはやや複雑となるが、最終的にスーパー・ローテーション (SR) が実現する事はかなり Robustであり、SR指標が、の 0.2rpmでは約 6 倍、0.1rpmでは約 8.7 倍となった。

その後、馴染ませだけの実験を繰り返し、初期の温度統一をより慎重に行い、馴染ませ時間をさらに 1 時間延ばし 1 時間半にすると、ほぼ確実に馴染ませる事ができるようになった。そこでよりスーパーなローテーションを目指して、加熱部と冷却部の温度差を 10℃にして、系の目標回転角速度を 0.1rpmと 0.3rpmの二通りにし、上層観測実験と下層観測実験を 2 回ずつ計 8 回行った。その時の SR 指標は表 1

にまとめてある。

表 1 よりスーパーなSRを目指した実験結果

	Lower	Upper	Lower	Upper
Ω	0.3rpm	0.3rpm	0.1rpm	0.1rpm
Umax(1)	4mm/s	10mm/s	2.1mm/s	5mm/s
Umax(2)	4mm/s	10mm/s	2.7mm/s	4mm/s
LATmax(1)	60°	70°	65°	73°
LATmax(2)	55°	70°	72°	71°
Ussystem(1)	1.47mm/s	0.98mm/s	0.41mm/s	0.28mm/s
Ussystem(2)	1.71mm/s	0.98mm/s	0.29mm/s	0.31mm/s
SRindex(1)	3.73	11.2	6.16	19.1
SRindex(2)	3.34	11.2	10.2	13.9

回転角速度がゆっくりで観測レベルが水面に近いほどSR指標は大きくなり、0.1rpm上層観測実験では実に約 19 という大きな値を得た。また下層観測実験においてもかなりのSR指標が得られる事は驚きである。大気のように指数関数的密度成層をしていないにもかかわらず、ほぼ水槽内全体で大きな角運動量を獲得するメカニズムを解明するには、子午面循環の構造や図 8 のような見かけ上東進するロスビー波や図 9 のような双極子型の停滞成分の果たす役割を解明しなければならない。

参考文献

山内健介, 2011, 東海大学教養学部人間環境学科
自然環境課程学士論文
石田 浩太郎, 中島 輝, 2016, 東海大学教養学部人間環境学科
自然環境課程卒業研究中間報告要旨集。